UNDERVISNINGS
MINISTERIET
KVALITETS- OG
TILSYNSSTYRELSEN

Matematik A

Studentereksamen

Tirsdag den 27. maj 2014
kl. 9.00 - 14.00

2stx141-MAT/A-27052014

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1-6 med i alt 6 spørgsmål.
Delprøven med hjælpemidler består af opgave 7-14 med i alt 19 spørgsmål.

De 25 spørgsmål indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. Dette vurderes blandt andet ud fra kravene beskrevet i de følgende fem kategorier:

1. **TEKST**
   Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

2. **NOTATION OG LAYOUT**
   Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

3. **REDEGØRELSE OG DOKUMENTATION**
   Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

4. **FIGURER**
   I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

5. **KONKLUSION**
   Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 09.00 – 10.00

Opgave 1 Reducér udtrykket $(p-q)^2+2pq-q^2$.

Opgave 2 Løs andengradsligningen $2x^2+x-15=0$.

Opgave 3 I en model kan udviklingen i koncentrationen af en bestemt type medicin i blodet hos en person beskrives ved

$$C(t)=1{,}5\cdot 0{,}64^t,$$

hvor $C(t)$ beskriver koncentrationen af medicinen i blodet (målt i mg/mL) til tidspunktet t (målt i timer efter medicinen er sprøjtet ind i blodet).

Forklar betydningen af konstanterne i modellen.

Opgave 4 På figuren ses graferne for tre vækstmodeller $f(x)$, $g(x)$ og $h(x)$.

Bestem fortegnet for væksthastigheden for hver af de tre vækstmodeller, når $x=0$. Begrund dit svar.

Opgave 5 Undersøg, om funktionen $f(x)=\mathrm{e}^x-x^2-2x-2$ er en løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx}=x^2+y.$$

Opgave 6 På figuren ses en skitse af graferne for to funktioner f og g.

Graferne for f og g afgrænser en punktmængde M, der har et areal (se figuren).

Tabellen viser nogle funktionsværdier for funktionerne f, g, F og G, hvor F og G betegner henholdsvis en stamfunktion til f og en stamfunktion til g.

x	0	1	2
$f(x)$	0	49	0
$g(x)$	0	-47	0
$F(x)$	0	36	66
$G(x)$	0	–34	–62

Bestem arealet af M.

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 09.00 – 14.00

Opgave 7

To vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ i planen er givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} t \\ 6 \end{pmatrix},$$

hvor t er et tal.

a) Bestem vinklen mellem vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$, når $t = 2$.

b) Bestem t, så $\det\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = 30$.

Opgave 8

Stålprofil

Tabellen viser sammenhørende værdier af et bestemt stålprofils højde og belastningsevne.

Højde (mm)	359	395	432	478	524	572	620	716
Belastningsevne (10^3 mm^3)	3800	4300	4820	5500	6180	6920	7660	9200

I en model kan sammenhængen beskrives ved en funktion af typen

$$f(h) = b \cdot h^a,$$

hvor $f(h)$ er belastningsevnen (målt i 10^3 mm^3) ved en højde på h (målt i mm).

a) Benyt tabellens data til at bestemme konstanterne a og b.

b) Benyt modellen til at bestemme belastningsevnen af et stålprofil med en højde på 668 mm.

c) Benyt modellen til at bestemme, hvor mange procent belastningsevnen øges med, når højden på stålprofilet øges med 15%.

Kilde: Teknisk Ståbi, 18. *udgave, Teknisk Forlag.*

Opgave 9 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = \ln(x^2 + 5) + 0{,}5x + 1 .$$

a) Skitsér grafen for f, og bestem førstekoordinaten til grafens skæringspunkt med førsteaksen.

Grafen for f og koordinatsystemets akser afgrænser i 2. kvadrant en punktmængde M, der har et areal.

b) Bestem arealet af M .

Opgave 10 I et afgrænset område ved et rev på kysten nær Belize har to biologer undersøgt en stikprøve af ål fordelt på art og opholdssted. Ålene i stikprøven var af henholdsvis G. moringa arten og G. vicinus arten, og ålene opholdt sig enten i græs, sand eller i en mellemting. Biologernes stikprøve gav følgende resultat:

	Græs	Sand	Mellemting
G. moringa	127	99	264
G. vicinus	116	67	161

a) Opstil en nulhypotese, der kan anvendes til at teste, om der er forskel på, hvilke opholdssteder de to ålearter foretrækker, og opstil med udgangspunkt heri en tabel over de forventede værdier.

b) Undersøg på et 5% signifikansniveau, om nulhypotesen kan forkastes.

Kilde:"Handbook of biological statistics" http://udel.edu/~mcdonald/statintro.html

Opgave 11 Der skal bygges en sandkasse i et retvinklet hjørne af en gård. Til at bygge sandkassen skal der bruges to sider, hvor den ene er 2 m lang og den anden er 3 m lang. Den længste side skal fastgøres i punktet A, som ligger 1 m fra hjørnet af gården, og den korteste side skal fastgøres i B på den anden mur (se figuren).

a) Bestem $|AB|$ og vinkel v, når $x = 4$.

b) Bestem det samlede areal af de to trekanter ABC og ABD, når $x = 4$.

Det oplyses, at sandkassens areal T som funktion af x kan beskrives ved

$$T = \frac{1}{4} \cdot x \cdot \sqrt{24 - x^2} + \frac{1}{2} \cdot x \ , \ \sqrt{8} < x < \sqrt{24}.$$

c) Bestem den værdi af x, der giver sandkassen det størst mulige areal.

Opgave 12 På figuren ses en model af et shelter indtegnet i et koordinatsystem med enheden dm på hver af de tre akser. Koordinatsættene til nogle af hjørnepunkterne er opgivet på figuren.

$A(33,0,15)$ $B(33,35,15)$
$C(22,35,18)$ $D(22,0,18)$

a) Bestem en ligning for planen α, der indeholder tagfladen *ABCD*.

Det oplyses, at planen β, der indeholder tagfladen *CDEF*, er givet ved ligningen

$$-210x + 770z - 9240 = 0 .$$

b) Bestem den stumpe vinkel mellem tagfladerne *ABCD* og *CDEF*.

c) Redegør for, at firkant *ABCD* er et parallelogram, og bestem arealet af tagfladen *ABCD*.

Opgave 13 En trigonometrisk funktion f er givet ved

$$f(x) = 3\sin\left(2x + 0,7\right) + 1 \ .$$

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P\left(3, f(3)\right)$.

b) Bestem største- og mindsteværdi samt perioden for f.

Opgave 14 En beholder placeres i et vandbad under opvarmning. I en model kan udviklingen i beholderens temperatur i de første 40 minutter beskrives ved differentialligningen

$$\frac{dy}{dt} = a \cdot (20 + 5t - y),$$

hvor y er temperaturen (målt i °C) i beholderen til tidspunktet t (målt i minutter), og a er en konstant. Til tidspunktet $t = 0$ er temperaturen i beholderen 20°C.

a) Sæt $a = 0,07$. Bestem temperaturen y som funktion af tiden t, og bestem temperaturen, når der er gået 16 minutter.

Efter 16 minutter viser det sig, at temperaturen i beholderen kun er 50°C.

b) Benyt dette til at bestemme den faktiske værdi af konstanten a.